

1. Una empresa fabrica tres productos A, B y C para los cuales tiene una restricción en la disponibilidad de recursos y una restricción de demanda mínima conjunta entre los tres productos, según se muestra en la tabla adjunta, en la que también se consignan los beneficios unitarios de los tres productos.

Observación importante: respetar el orden de las restricciones tal como están en la tabla adjunta

Producto	A	B	C	RHS
Demanda mínima (u.)				150
Mano de Obra (H-H)	2	1	6	500
Materia prima (kg)	2	4	3	400
Beneficio unitario (\$/u)	3	2	1	

De la resolución del problema con el Método Simplex, con el objetivo de maximizar los beneficios, se ha llegado a la tabla óptima que también se adjunta.

Ck	Xk	B	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆
3	X1	200	1	2	3/2	0	0	1/2
0	X5	100	0	-3	3	0	1	-1
0	X4	50	0	1	1/2	1	0	1/2
	Z = 600		0	4	7/2	0	0	3/2

Se pide responder claramente las siguientes preguntas:

- 1) Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto B para que convenga producirlo?
- 2) Cuál es el valor marginal de la mano de obra?
- 3) Qué variación experimentaría el sobrante de mano de obra si se elabora una unidad de C?
- 4) Cuál es el límite superior e inferior de c1 dentro de los cuales no se altera la estructura de la solución óptima?
- 5) Conviene fabricar un producto que participa en la restricción de producción mínima conjunta, requiere 5 H-H/u, 2 kg/u de materia prima y su beneficio unitario es de 5\$? Justificar
- 6) Si se dispusiera de un kg menos de materia prima, qué variación experimentaría la mano de obra?
- 7) Cuál sería el valor del funcional si la restricción de producción mínima fuera de 180 unidades? Justificar
- 8) Pasar al dual y encontrar la nueva solución óptima dual si se agrega una restricción de disponibilidad de 650 kg. de un material P. Los coeficientes tecnológicos de los productos son: 4, 3 y 5 kg/u de P respectivamente.

2. Una empresa de seguridad debe cubrir guardias diarias en un importante establecimiento. El personal cumple un horario de 6 horas por día en forma corrida, comenzando el primer turno a las 0 horas y los siguientes, a la hora de comienzo de la correspondiente banda horaria (a las 0, a las 3, etc.). Las necesidades mínimas de personal en cada banda horaria de 3 horas se dan en forma adjunta:

0-3: 8 personas	12-15: 20 personas
3-6: 5 personas	15-18: 22 personas
6-9: 12 personas	18-21: 10 personas
9-12: 15 personas	21-24: 6 personas

El personal que trabaja entre las 0 y las 6hs. (aunque sea parcialmente) cobra 150\$/hora por todo su turno, mientras que el resto del personal cobra 100\$/h. Se dispone de una cantidad de mujeres las que no pueden trabajar en el horario de 0 a 6 ni siquiera parcialmente. Las mujeres cobran 120\$/h. Razones sindicales hacen que la cantidad a asignar de personal femenino, sea al menos de un 30% del total de personal utilizado, y que, en cada banda horaria (exceptuada la de 0 a 6hs) haya al menos dos mujeres. Definir claramente las variables y formular un modelo de P.L. que permita minimizar los costos totales.

3. a) Soluciones alternativas: mostrar con un ejemplo gráfico y en el Simplex, explicando claramente.
b) Polígono abierto: idem a)

Una empresa fabrica tres productos A, B y C para los cuales tiene una restricción en la disponibilidad de recursos y una restricción de demanda mínima conjunta entre los tres productos, según se muestra en la table adjunta, en la que, también, se consignan los beneficios unitarios de los tres productos

	Producto	A	B	C	RHS
x_4	Demanda mín. (u)				150
x_5	Mano de Obra (HH)	2	1	6	500
x_6	Materia Prima (kg)	2	4	3	400
	Beneficio unitario (\$/u)	3	2	1	

De la resolución del problema con el método Simplex, con el objetivo de maximizar los beneficios, se ha llegado a la sig. table óptima

CR	x_2	RHS	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
3	x_1	200	1	2	$3/2$	0	0	$1/2$
0	x_5	100	0	-3	3	0	1	-1
0	x_4	50	0	1	$1/2$	1	0	$1/2$
$Z = 600$			0	4	$7/2$	0	0	$3/2$
			x_4	x_5	x_6	x_1	x_2	x_3

Se pide:

1) ¿Cuál es el beneficio mínimo que debería tener el producto B para que convenga producirlo?

El costo de oportunidad de B es \$4 y el C_2 (benef. de B) es \$2.

Entonces, el beneficio mínimo es la suma de ambos = Benef B min = \$6

2) ¿Cuál es el valor marginal de la mano de obra?

Mano de obra $\rightarrow x_5 \rightarrow$ Valor Marginal = 0 pues sobra 100 HH

3) ¿Qué variación experimentarían el sobrante de M.O. si se altera una unidad de C?

C $\rightarrow x_3 \rightarrow$ Si se altera 1 unidad de C se usarán 3 HH \rightarrow Sobrarán 97 HH

M m
 1 - +
 2 + -

④ ¿Cuál es el límite superior e inferior de C_1 dentro de los cuales no se altera la estructura de la solución óptima?

X_1 es variable básica \rightarrow Pl C_1 sup below $a_{ij} < 0 \rightarrow$ No hay

$$C_{1 \text{ inf}} = 3 - \left[\frac{2}{4}; \frac{7/3}{7/2}; \frac{3}{3/2} \right]_{\text{min}} = 3 - 2 = 1$$

$$C_{1 \text{ sup}} = +\infty$$

$$C_{1 \text{ inf}} = 1$$

⑤ ¿Conviene fabricar un producto que participa en la restricción mínima conjunta, requiere 5 HH/u, 2 kg/u de MP y su beneficio unitario no es de \$5?

Modelo directo:

$$\begin{aligned} D) & X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \geq 150 \\ M) & 2X_1 + X_2 + 6X_3 + 5X_4 \leq 500 \\ MP) & 2X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 2X_4 \leq 400 \end{aligned}$$

$$Z = 3X_1 + 2X_2 + X_3 + 5X_4$$

$$\rightarrow 0y_1 + 5y_2 + 2y_3 = 3 < 5$$

Conviene fabricarlo a \$5 de benef

S/ tabla óptima: $y_1 = 0, y_2, y_3 = 15$

⑥ Si se dispusiera de un kg menos de MP ¿qué variación experimentaría rta la M.O?

Sobraría una hora menos de M.O \rightarrow MU: sobrecoste = 99 HH

$X_5 \rightarrow 100 \rightarrow -1$ \rightarrow representa que por cada kg que se AÑADE sobraría una hora más de M.O
 Si se QUITA un kg \rightarrow sobraría 1 hora MENOS

⑦ ¿Cuál sería el valor del funcional si la restricción de producción mínima fuera de 180 unidades?

180 unidades representan 30 más que la propuesta inicial y se realizaron 30 más, por lo que el funcional no variaría

$$Z = 600$$

⑧ Pasar al dual y encontrar la nueva solución óptima dual si se agrega una restricción de disponibilidad de 650 kg de un material P. Los coeficientes tecnológicos de los productos son 4, 3 y 5 kg que de P respect

Nueva restricción: $4X_1 + 3X_2 + 5X_3 \leq 650$

S/ tabla óptima: $X_1 = 200 \rightarrow 4 \times 200 = 800 > 650$
 $X_2 = X_3 = 0$
 cambie la tabla óptima

Cont. 8)

directo:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 - x_3 \leq -150 \\ 2x_1 + x_2 + 6x_3 \leq 500 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 400 \\ 4x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 650 \end{cases}$$

$$z = 3x_1 + 4x_2 + 3x_3$$

dual

$$\begin{cases} -y_1 + 2y_2 + 2y_3 + 4y_4 \geq 3 \\ -y_1 + y_2 + 4y_3 + 3y_4 \geq 4 \\ -y_1 + 6y_2 + 3y_3 + 5y_4 \geq 3 \end{cases}$$

$$z = -150y_1 + 500y_2 + 400y_3 + 650y_4$$

$$A_7 = M_F \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1,5 & 0 & -1 \\ 0,5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Parte de la matriz: $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
 todos los ≤ 0

$$M_F = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1,5 & 0 & 1 \\ -0,5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

		C_j	-150	500	400	0	0	0	650	
C_B	P_B	P_{RHS}	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	
0	y_5	4	-1	3	0	-2	1	0	5	0,8
0	y_6	3,5	-0,5	-3	0	-1,5	0	1	1	3,5
400	y_3	1,5	-0,5	1	1	-0,5	0	0	2	0,75
$z = 600$			-50	-100	0	-200	0	0	150	

MMN

entra y_7

0	y_5	0,25	0,25	0,5	-2,5	-0,75	1	0	0	
0	y_6	2,75	-0,25	-3,5	-0,5	-1,5	0	1	0	
650	y_7	0,75	-0,25	0,5	0,5	-0,25	0	0	1	
$z = 487,5$			-12,5	-17,5	-7,5	-162,5	0	0	0	

Tabla dual optima

Otro orden

400	y_3	1,5	-0,5	1	1	-0,5	0	0	2	
0	y_5	4	-1	3	0	-2	1	0	5	
0	y_6	3,5	-0,5	-3	0	-1,5	0	1	1	
$z = 600$			-50	-100	0	-200	0	0	150	

Notas:

$$M = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1,5 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A_7 = M \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} =$$

② Una empresa de seguridad debe cubrir guardias diurnos en un importante establecimiento. El personal cumple un horario de 6 horas corridas, con 1^o turno a los 0hs y después 3, 6, ..., las necesidades mínimas de personal en i fuerza horaria de 3 horas:

0-3 : 8
 3-6 : 5
 6-9 : 12
 9-12 : 15

~~18a18~~ 12a15 : 20
~~18a21~~ 15a18 : 22
 18a21 : 10
 21a24 : 6

El personal que trabaja entre los 0 y los 6 (aunque sea parcial!) cobra 150 \$/h por todo el turno, el resto \$100/h

Se dispone de una cent. de mujeres las que no pueden trabajar de 0 a 6 (ni siquiera parcialmente). Las mujeres cobran 120 \$/h

Razones sindicales hacen que la cent. a asignar de personal femenino no sea, al menos, de un 30% del total del personal y que en cada banda horaria (excepto la de 0 a 6) haya al menos 2 mujeres

Definir las variables y formulas en modelo PL p/ minimizar costos

	X_{00}	X_{03}	X_{06}	X_{09}	X_{12}	X_{15}	X_{18}	X_{21}	
	0a3	3a6	6a9	9a12	12a15	15a18	18a21	21a24	
HOM									
H	X_0	H							\$150x6
H	X_3	H	H						\$150x6
H _M	X_6		HM	HM					\$100x6
H _M	X_9			HM	HM				\$100x6
H _M	X_{12}				HM	HM			\$100x6
H _M	X_{15}					HM	HM		\$100x6
H _M	X_{18}						HM	HM	\$100x6
H	X_{21}	H						H	\$150x6
	H	H	HM	HM	HM	HM	HM	HM	

X_i = "cont de trabajadoras que ingresan a la i ésima hora" X_i : v. entera ≥ 0

X = "cont total de trabajadoras/as" v. entera ≥ 0

X_{PM} = cont de mujeres que ingresan a la i ésima hora v. entera

X_{iH} = " " " hombres " " " " " " " "

X_M = cont total de mujeres en el plantel

tema

IO

Parcial Omeo

Fecha: 22-10-22

tema 2

-X + X0 + X3 + X6 + X9 + X12 + X15 + X18 + X21 = 0

-XM + X6M + X9M + X12M + X15M + X18M = 0

XM - 0,3X >= 0

X6M >= 2

X6M + X9M >= 2

X9M + X12M >= 2

X12M + X15M >= 2

X15M + X18M >= 2

X18M >= 2

X6M + X6H - X6 = 0

X9M + X9H - X9 = 0

X12M + X12H - X12 = 0

X15M + X15H - X15 = 0

X18M + X18H - X18 = 0

X00) X0 + X21 >= 8

X03) X0 + X3 >= 5

X06) X3 + X6 >= 12

X09) X6 + X9 >= 15

X012) X9 + X12 >= 20

X015) X12 + X15 >= 22

X018) X15 + X18 >= 10

X021) X18 + X21 >= 6

-XH + X6H + X9H + X12H + X15H + X18H = 0

(MIN)

Z = 900 (X0 + X3 + X21) + 600 XH + 720 XM

ANITA

Notas: